Problema 16 *(Problema 7 del Examen Nacional de la 1a OMM de 1987) Demuestra que si n es un entero positivo, entonces la fracción*

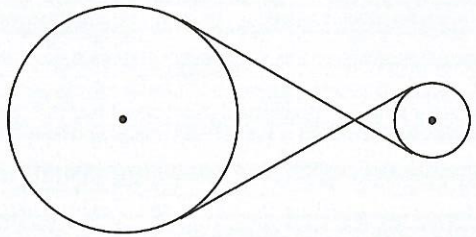
$$\frac{n^2+n-1}{n^2+2n}$$

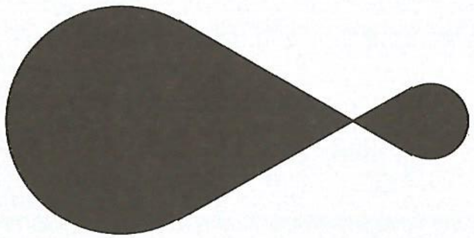
está completamente reducida (simplificada).

Problema 17 *(Problema A del Examen Estatal de la 14a OMM Veracruz de 2000) La figuras siguientes se formaron con dos circunferencias y dos rectas tangentes comunes. Los radios de los círculos son 9 y 3 y la distancia entre sus centros es 24.*

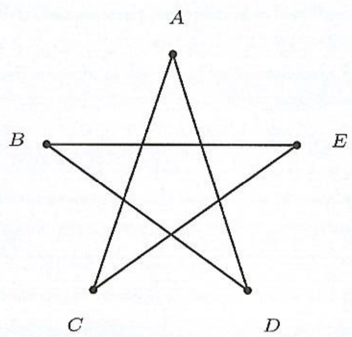
(a) *Calcula el área de la figura sombreada.*

(b) *Calcula el perímetro de la figura sombreada.*





Problema 18 *(Problema C del Examen Estatal de la 25a OMM Veracruz de 2011) Tenemos seis colores diferentes para colorear los vértices que aparecen en las puntas de la estrella que se muestra en la figura, con la condición de que si dos vértices están unidos por una línea entonces no pueden usar el mismo color. ¿Cuántas formas hay de colorear la estrella?*



Problema 19 *(Problema de la Olimpiada de Matemáticas de Polonia Examen Selectivo de 2011) Encuentra todos los números primos p tales que la siguiente expresión no es divisible por 360:*

$$p^4-5p^2+4.$$

Problema 20 *¿Cuántos cuadrados se pueden formar con los vértices de una cuadrícula de 100×100?*

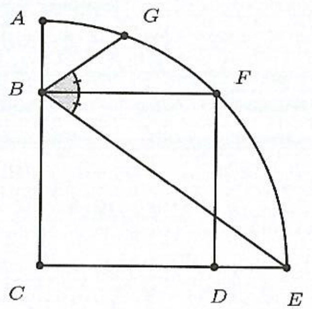
Problema 21 *(Problema 1 del Examen Nacional de la 2a OMM de 1988) ¿De cuántas formas se pueden acomodar en línea recta siete pelotas blancas y cinco negras, de tal manera que no estén dos pelotas negras juntas?*

Problema 22 *(Problema 2 del Examen Nacional de la 1a OMM de 1987) ¿Cuántos enteros positivos dividen a $20!$? ($20! = 1\times 2\times 3\cdots\times 20$).*

Problema 23 *(Problema A del Examen Selectivo de la 23a OMM Veracruz de 2009) Sea $\triangle ABC$ un triángulo con $\angle A = 60°$, las alturas BL y CM se cortan en H, y sea O el circuncentro de $\triangle ABC$. Demuestra que HO es la bisectriz de $\angle MHB$.*

Problema 24 *(Problema D del Examen Estatal de la 15a OMM Veracruz de 2001) Considera todas las ternas de números enteros positivos (a,b,c) que cumplen que $a<b<c$ y que la suma es múltiplo de a, de b y de c. ¿En cuántas de estas ternas alguno de los tres números es 2001?*

Problema 25 *Considera la figura en donde F es el punto medio del arco AE, $BCDF$ es un cuadrado y BF es la bisectriz de $\angle EBG$. Si $BC=1$, demuestra que $BE = 3BG$.*



Problema 26 *Si $f(x)=\dfrac{1}{x}$ y $g(x) = 1-x$, ¿cuánto vale*

$$g(f(\ldots g(f(g(f(2013))))\ldots))$$

en donde g (y también f) se aplica 100 veces?

Problema 27 *¿Cuál es el menor entero n ($n\geq 3$) con el que si los enteros del 1 al n se separan al azar en tres conjuntos (cada elemento en exactamente uno de los tres conjuntos), entonces se puede asegurar que en alguno de los 3 conjuntos hay 3 elementos (distintos) con suma múltiplo de 3?*