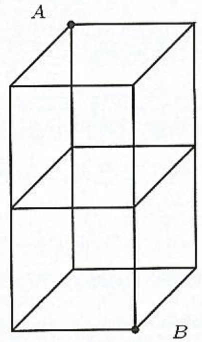
Problema 6 *(Problema C del Examen Estatal de la 15a OMM Veracruz de 2001) La figura representa dos cubos de alambre sobre los cuales se mueve una hormiga. Durante un recorrido la hormiga no avanza hacia arriba y no pasa dos veces por un mismo punto.*

(a) *¿Cuántas opciones tiene la hormiga para hacer un recorrido que inicie en alguna de las esquinas superiores y termine en alguna de las cuatro inferiores?*

(b) *¿Cuántos recorridos posibles hay para ir del punto A al punto B?*



Problema 7 *(Problema B del Examen Estatal de la 6a OMM Veracruz de 1992) Bernardo, Daniel, Francisco, Humberto, Juan y Luis se encuentran en el restaurante. Se sabe que*

i. *Daniel, Juan y el aficionado al pescado aprecian el vino blanco.*

ii. *Francisco mira con envidia a las personas que eligieron jabalí y pato a la naranja.*

iii. *Bernardo y Daniel están ubicados frente a los que degustan el omelette y el pato a la naranja.*

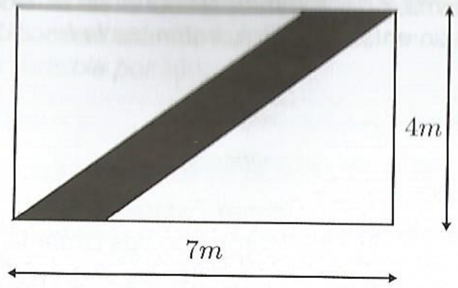
iv. *Bernardo, Francisco y Humberto han elegido cada uno un plato de carne.*

(a) *¿Quién ha pedido el bistec?*

(b) *¿Quién ha pedido los caracoles?*

Problema 8 *Sean a y b impares. Demuestra que $a^2 + b^2$ no puede ser un cuadrado perfecto.*

Problema 9 *(Problema A del Examen Estatal de la 9a OMM Veracruz de 1995) En un jardín rectangular de $7m \times 4m$, se trazó una vereda diagonal de $1m$ de ancho, como se muestra en la figura. Calcula el área de la vereda.*



Problema 10 *(Problema 3 del Examen Selectivo de la 14a OMM Veracruz de 2000) Sea $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo de hipotenusa AC. Sean P, Q, R puntos en AB, BC y CA respectivamente, tales que*

$$\frac{AP}{PB} = \frac{BQ}{QC} = \frac{CR}{RA}.$$

(a) *Demuestra que el centroide de $\triangle PQR$ es el centroide de $\triangle ABC$.*

(b) *Demuestra el inciso anterior cuando $\triangle ABC$ es un triángulo cualquiera.*

Problema 11 *(Problema F del Examen Selectivo de la 24a OMM Veracruz de 2010) Una cierta fila de un teatro tenía 20 asientos, todos ocupados. Los espectadores se levantaron durante el intermedio y regresaron con cierta prisa por lo que no todos se sentaron en el mismo lugar que ocupaban antes, pero sabemos que: al menos una persona sí se sentó en el mismo lugar y que todas las personas se sentaron en su lugar o en un asiento adyacente. ¿De cuántas formas diferentes podría haber ocurrido el reacomodo?*

Problema 12 *Sea $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo con ángulo recto en el vértice B. Sean D y E puntos en BC y AC respectivamente tales que E es el pie de D en AC, $\measuredangle ADE = 2\measuredangle BAD$ y $2AB = AD + 2DE$. Calcula el valor de $\measuredangle BAD$.*

Problema 13 *(Problema B del Examen Estatal de la 21a OMM Veracruz de 2007) Denotemos como $m\nabla n$ a la suma de todos los enteros desde m hasta n. Por ejemplo $3\nabla 7 = 25$. Encuentra todas las parejas de enteros positivos a y b donde $a + b = 2007$ y $a\nabla b$ sea divisible entre 2007.*

Problema 14 *¿Cuáles son los últimos dos dígitos de 7^{2001}?*

Problema 15 *(Problema A del Examen Selectivo de la 18a OMM Veracruz de 2004) Sea $\triangle ABC$ un triángulo con ortocentro en P. Si X, Y y Z son los puntos en los lados BC, CA y AB, respectivamente, de manera que los cuadriláteros $AZPY, BXPZ$ y $CYPX$ son cíclicos, demuestra que el triángulo $\triangle XYZ$ es semejante al triángulo determinado por los pies de las alturas de $\triangle ABC$.*